

GRANDEURS - Les différents concepts

Notion de grandeur

- Lorsqu'on compare deux objets physiques selon un de leurs aspects, il faut définir en quoi consiste cet aspect et définir un procédé de comparaison. Un tel procédé permet de déterminer une relation d'équivalence « avoir le même ... que... » dans un ensemble d'objets physiques.

Attention ! Différents procédés doivent conduire à la même classification !

Par exemple, si on considère des feuilles de papier de même épaisseur et qu'on s'intéresse à la quantité de papier qu'elles nécessitent, un premier procédé de comparaison est la superposition des surfaces : si deux surfaces sont superposables, elles ont la même quantité de papier. Un deuxième procédé de comparaison correspond au découpage-recollement sans perte ni superposition : s'il est possible de passer de la première surface à l'autre avec ce procédé, alors les deux surfaces ont la même quantité de papier. Ces surfaces sont alors équivalentes.

- Lorsqu'une telle relation est établie, on obtient des sous-ensembles d'objets équivalents entre eux, des classes d'équivalence, sur cet ensemble. Chaque classe d'équivalence définit une grandeur.

Une grandeur est donc un caractère commun aux objets d'une même classe.

Dans l'exemple précédent, les surfaces équivalentes ont la même aire.

- **Une grandeur se définit à partir d'activités de comparaisons d'objets** (permettant de les classer), indépendamment des nombres. Les activités de comparaison (directe ou non) sont donc essentielles. C'est à travers elles que l'élève accède aux grandeurs considérées et distingue progressivement la longueur d'un objet de la place qu'il occupe, ou sa masse du volume qu'il occupe.

Grandeurs repérables et grandeurs mesurables

Une grandeur est **repérable** lorsqu'il est possible de définir une relation d'ordre, qui permet de comparer et ranger des objets selon cette grandeur. Ainsi l'aire est une grandeur repérable. Une grandeur repérable pour laquelle il est possible de définir une addition et donc une multiplication par un réel positif est une **grandeur mesurable**. L'aire est une grandeur mesurable.

Mesure d'une grandeur

Pour mesurer une grandeur, on la compare à une grandeur particulière appelée **étalon**, choisie comme *unité*, et on cherche à savoir combien de fois cette grandeur étalon est contenue dans la grandeur.

Mesurer c'est associer un nombre à une grandeur.

Cette méthode marque l'accès à la mesure, au sens mathématique du terme, il devient alors pertinent de construire des objets définis par des mesures (l'unité de grandeur étant fixée) ou de « mesurer » des objets (la grandeur à mesurer étant précisée).

Une unité ayant été choisie, la mesure d'une grandeur est le nombre de fois où l'on peut reporter l'unité dans la grandeur. Par conséquent, **la mesure d'une grandeur dépend de l'unité choisie**, Le changement d'unité entraîne donc un changement de la mesure mais PAS de la grandeur !

Conclusion

À partir du moment où l'on a introduit les nombres, on se trouve en présence de trois catégories d'« êtres » (matériels ou mathématiques) :

- * des objets physiques par exemple des surfaces
- * des grandeurs (classes d'équivalences) par exemple des aires
- * des nombres (mesures) par exemple des mesures d'aires

Grandeurs et mesures à l'école

Le travail sur les grandeurs et leurs mesures

Les concepts de grandeur et de mesure prennent du sens grâce à des situations vécues par les élèves et aux problèmes auxquels elles donnent lieu, suivies de moments d'institutionnalisation organisés par le maître. Ces concepts s'acquièrent progressivement selon une même progression. Les grandes lignes de ce travail sont résumées dans le schéma (figure 1) ci-dessous.

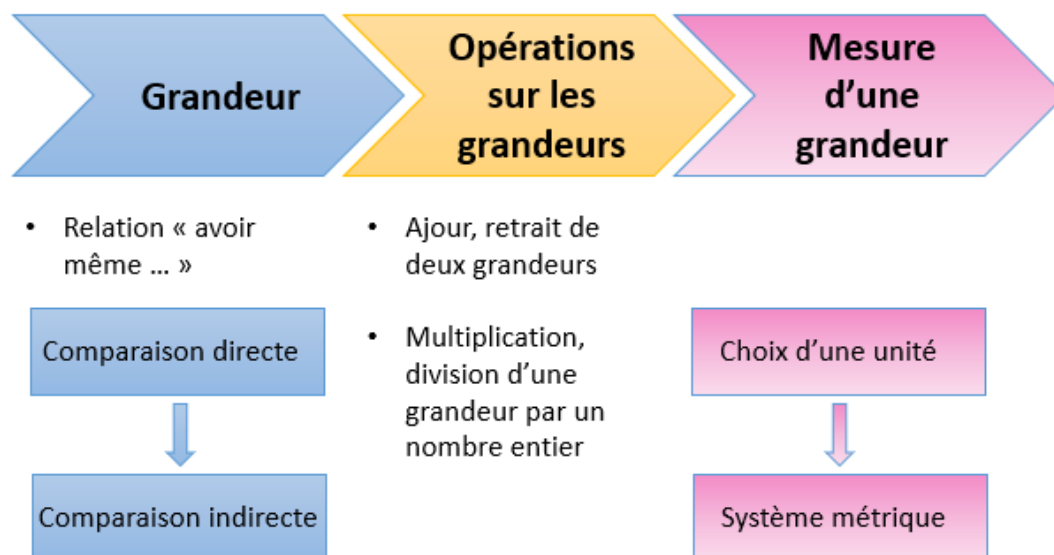


Figure 1. Les grandes lignes d'une progression sur les concepts de grandeur et de mesure

Étape 1 - Notion de grandeur

À l'école, on ne définit pas une grandeur mais on conceptualise ce que signifie « avoir même ... que ». Les premières activités visent à construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne, il s'agit de résoudre des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves. Les élèves sont progressivement habitués à anticiper mentalement les résultats des comparaisons avant validation par l'expérience. Ensuite les

comparaisons amènent à pointer des rapports de grandeurs (égalités, inégalités, rapports simples) auxquels les élèves ont accès avant d'être capables de mesurer.

Étape 2 - Opérations sur les grandeurs

Les opérations sont :

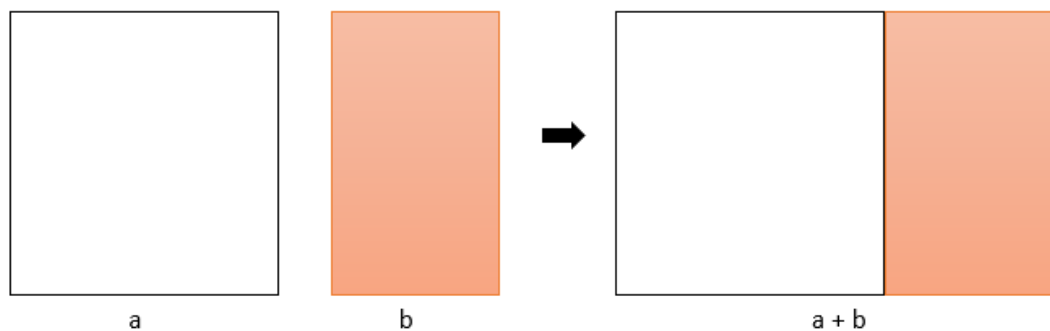
- ajout de deux grandeurs
- retrait de deux grandeurs
- multiplication d'une grandeur par un entier naturel
- division d'une grandeur par un entier naturel.
-

Ces opérations ne peuvent avoir de sens que si l'on utilise des objets physiques. Par exemple :

- ajouter deux longueurs avec des bandelettes



- ajouter deux aires avec des feuilles de papier de même épaisseur



Étape 3 - idée de la mesure d'une grandeur, puis le système métrique

Le domaine de la mesure est important à un double titre :

- Parce que les élèves doivent s'approprier des compétences et des connaissances spécifiques relatives à différentes grandeurs et à leur mesure ;
 - Parce que les activités de mesurage font intervenir, en étroite imbrication, des notions géométriques et des notions numériques et, par conséquent, contribuent à une meilleure maîtrise des unes et des autres ; en particulier la mesure des longueurs et des aires constitue un contexte privilégié pour prendre conscience de l'insuffisance des entiers et pour travailler sur les fractions et les nombres décimaux.
- Remplacer une grandeur par un nombre représente un grand intérêt pour communiquer sur la grandeur, fabriquer un objet de grandeur donnée ou comparer des objets selon une grandeur.
 - Les relations entre les différentes unités et sous-unités du système métrique sont basées sur des rapports 10. Il y a effectivement un lien à faire entre les unités du système métrique et celles de notre système de numération écrite chiffrée.
 - Dans le cas des grandeurs discrètes (dont la mesure s'exprime sous forme de nombres entiers) comme la quantité d'une collection ou la monnaie, l'unité de mesure est naturelle, on prend des objets un par un. Dans le cas des grandeurs continues (dont la mesure s'exprime sous forme de nombres réels), les unités sont soit à choisir, soit données mais non conventionnelles, soit conventionnelles et relevant du système métrique.

Les grands types de procédures

- Les situations qui permettent de construire les concepts de grandeur et de mesure peuvent être traitées par diverses méthodes, compte tenu des contraintes :
 - **Par comparaison directe** : juxtaposition, superposition, mise en regard des deux objets, utilisation de la balance Roberval pour les masses...
 - **Par comparaison indirecte** : recours à un objet intermédiaire, à un instrument de report (longueur servant de gabarit, masse fixée) ou transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, une ligne non rectiligne peut être transformée en une ligne rectiligne)...
 - **Par mesurage**, en utilisant un étalon arbitraire ou conventionnel (la grandeur unité) et en associant un nombre à la grandeur (le nombre de reports nécessaires de la grandeur unité)...
 - Dans certains cas, la **mesure est le résultat d'un calcul**. Mais déterminer, par le calcul, la mesure d'une grandeur ne signifie pas faire appel à une formule : le calcul se fonde d'abord sur une procédure personnelle à partir d'opérations connues.
- Les trois grandeurs longueur, aire et volume sont des grandeurs géométriques. Les élèves doivent être confrontés à des problèmes où ils ont l'initiative de prélever des informations liées aux mesures, qui peuvent être données sous trois formes :
 - sur des dessins à l'échelle 1
 - sur des dessins à une autre échelle précisée
 - sur des schémas cotés

Un travail spécifique est nécessaire pour apprendre à changer de point de vue et à utiliser certaines conventions.