

- **Quels matériels
et pour quelle
utilisation
en mathématiques
au CP ?**

La mesure 4 du rapport Villani-Torossian, *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*⁵¹, rappelle l'importance d'un équipement des écoles en matériels de base, accompagnés de tutoriels et favorisant les manipulations.

Ce chapitre fait une synthèse des différents matériels évoqués précédemment et pouvant être exploités en classe, de façon individuelle ou collective, pour permettre les apprentissages des élèves en numération, en calcul ou en résolution de problèmes.

Le chapitre 5 revient sur l'importance du jeu dans l'enseignement et illustre, par une analyse didactique, l'intérêt de certains jeux pour développer les apprentissages mathématiques.

Les matériels utiles dans l'apprentissage des mathématiques

Le choix du matériel s'inscrit dans le travail de conception initial du professeur. Les étapes de la séquence d'apprentissage (introduction de la notion, institutionnalisation du savoir, réinvestissement des connaissances et évaluation) doivent être anticipées par le professeur avant même le choix du matériel. Bien que correspondant à une variable d'apprentissage, le fait d'utiliser du matériel ne permet pas en soi de construire la notion recherchée ; l'objectif pour le professeur est de proposer une situation de manipulation offrant la possibilité à l'élève de construire la notion.

Choix du matériel

Le professeur doit être attentif au choix du matériel en fonction de critères didactiques explicites et en cohérence avec l'usage souhaité. Forme, taille, couleur doivent être considérées comme des **variables didactiques**. Pour des questions esthétiques, les éditeurs proposent des couleurs variées pour le matériel accompagnant les manuels ;

⁵¹ — <https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242>

matériel qui est souvent repris en classe par les professeurs. Or, ce foisonnement de couleurs non seulement n'apporte pas toujours une plus-value, mais peut nuire à la compréhension des notions en jeu en détournant l'élève des objectifs d'apprentissage visés (cf. paragraphe « Étude concernant le choix du matériel » ci-dessous). Cependant, si les caractéristiques du matériel utilisé peuvent être un obstacle à la compréhension de l'élève, elles peuvent également devenir un paramètre à exploiter à des fins mathématiques.

Proposé individuellement, le matériel est utilisé par l'élève comme une entrée concrète liée à la notion travaillée. Afin de mettre en œuvre effectivement la manipulation souhaitée par le professeur, le matériel doit être disponible en quantité suffisante pour une mise à disposition auprès de chaque élève ou éventuellement par binôme. L'exploration et l'expérimentation sont les actions effectuées par les élèves et attendues par le professeur. Cet usage sera recherché dans les phases d'introduction, d'entraînement de la notion et également pour la différenciation.

Proposé collectivement, le matériel permet d'illustrer un propos, une manipulation que le professeur souhaite présenter ou mettre en lumière. Une version agrandie du matériel individuel pourra être proposée pour permettre une meilleure visualisation lors des phases de mise en commun et de synthèse. L'usage collectif sera recherché dans les phases de verbalisation, d'explicitation et également pour la validation.

ÉTUDE CONCERNANT LE CHOIX DU MATÉRIEL

De récentes recherches en sciences cognitives⁵² ont mis en évidence quatre principes généraux d'utilisation de matériel en mathématiques susceptibles de favoriser les apprentissages. Le terme « matériel » désigne tout objet physique utilisé pour l'apprentissage des mathématiques⁵³ (par exemple, des jetons, des tangrams, des réglettes © Cuisenaire, etc.). Les auteurs précisent que ce matériel n'est donc qu'une représentation d'un concept mathématique (ou d'une partie d'un concept) et non le concept lui-même. Les principes d'utilisation de matériel reposent sur l'importance de faire des liens entre le matériel et le concept qu'il représente⁵⁴. Ces principes sont explicités ci-après puis illustrés avec des exemples dans le paragraphe de ce chapitre intitulé « Matériels incontournables devant être mis à disposition des élèves dans les classes », p. 107.

⁵² — Voir Kira Carbonneau, Scott C. Marley, James P. Selig, « A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives », *Journal of Educational Psychology*, 2013, et Elida V. Laski, Jamilah R. Jor'dan J., Carolyn Daoust, Angela K. Murray, « What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education », 2015 : <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/2158244015589588>

⁵³ — En anglais, les auteurs utilisent le terme *manipulative* pour désigner ce matériel et le terme *concret* pour spécifier son caractère physique.

⁵⁴ — Traduction française de : *make the relation between the concrete material and the mathematics concept it represents*.

- Le premier principe concerne le **temps d'utilisation d'un matériel**. Pour avoir des effets sur les apprentissages, **l'utilisation d'un matériel doit être régulière, constante et sur une longue période** (supérieure à un an). Cette exposition longue et répétée permettrait aux enfants de mieux identifier et comprendre la relation entre le concept et le matériel qui le représente.
- Le deuxième principe concerne la **transparence du matériel utilisé** : plus les représentations proposées sont proches physiquement du concept à étudier, plus les enfants seront capables de comprendre la relation entre eux. Pour l'apprentissage, il s'agirait ainsi de **commencer par des représentations figuratives et d'avancer petit à petit vers des représentations plus abstraites** d'un même concept.
- Le troisième principe concerne la **nature du matériel**. Si celui-ci est un objet utilisé à d'autres fins, il pourrait détourner, voire empêcher l'apprentissage. En effet, un matériel qui donnerait envie de jouer pourrait distraire et empêcher l'enfant de faire des liens entre l'objet et le concept mathématique qu'il représente. Au contraire, un matériel plus sobre pourrait aider l'enfant à diriger son attention directement sur les liens entre l'objet et le concept représenté. Ainsi il conviendrait **d'éviter l'utilisation d'un matériel qui ressemble trop à des objets de la vie de tous les jours** ou qui ont des caractéristiques qui pourraient détourner les enfants de l'objectif d'apprentissage visé.
- Le quatrième principe concerne **l'explicitation du lien entre le matériel et le concept qu'il représente**. Les enfants ont des difficultés à extraire eux-mêmes la signification abstraite d'un symbole. **L'explicitation par le professeur permet à l'enfant de diriger son attention directement vers les caractéristiques pertinentes du matériel**, c'est-à-dire l'aspect mathématique sur lequel on veut travailler.

Les outils et logiciels du numérique éducatif

L'usage des outils numériques est souvent cantonné dans des dimensions pédagogiques et la dimension didactique n'est pas suffisamment exploitée pour donner la pleine puissance de ces outils.

Parmi les matériels numériques, les tableaux blancs interactifs permettent d'utiliser, sur un même support, diverses ressources multimédias : textes, images, sons, vidéos, animations 2D et 3D, exercices, éléments de réalité augmentée et réalité virtuelle, jeux sérieux. Ils permettent de garder en mémoire les différentes procédures que les élèves ont écrites ou verbalisées et sur lesquelles les élèves et les professeurs peuvent revenir (comparaison, recherche d'erreurs, etc.). Ils offrent une dimension collective intéressante, complémentaire du matériel individuel⁵⁵.

Les tablettes numériques ou les ordinateurs offrent les mêmes possibilités techniques mais permettent un travail plus individualisé ou plus coopératif.

⁵⁵ — Voir par exemple <https://micetf.fr/> (et plus particulièrement <https://micetf.fr/numop> pour le lien avec le matériel de numération utilisé individuellement en classe). Le portail Prim à bord sur Éduscol (<https://eduscol.education.fr/cid96257/prim-a-bord-le-portail-premier-degre.htm>) propose de nombreux articles concernant l'utilisation des TNI (ou TBI).

Parmi les applications ou logiciels fonctionnant avec ces matériels, les jeux numériques occupent une place croissante⁵⁶. En fournissant un retour visible sur les choix, le parcours et les stratégies de l'élève, ils favorisent le travail en autonomie et permettent d'identifier les réussites, d'orienter vers de nouveaux objectifs, de différencier les apprentissages, de développer les habiletés et de reformuler le savoir accumulé.

On trouvera sur le site du *Freudenthal Institute* des ressources en anglais⁵⁷ particulièrement intéressantes.

On peut citer d'autres exemples de jeux comme Calcul@tice⁵⁸, L'Attrape-nombres⁵⁹ et la Course aux nombres⁶⁰.

Enfin, le Partenariat d'innovation et intelligence artificielle (P2IA)⁶¹ vise le développement de solutions s'appuyant sur les techniques d'intelligence artificielle pour permettre aux enseignants de mieux accompagner leurs élèves dans leurs apprentissages des mathématiques et du français au cycle 2.

Matériels incontournables devant être mis à disposition des élèves dans les classes

Pour illustrer les différents principes présentés, nous faisons le choix de proposer des matériels indispensables au CP pour l'enseignement des deux systèmes de numération (orale et écrite chiffrée), du calcul et de la résolution de problèmes. Peu nombreux, ils sont des références pour la plupart des activités mathématiques mettant en jeu les nombres. Dans le paragraphe suivant, d'autres matériels, moins essentiels mais complémentaires aux premiers, seront présentés.

⁵⁶ — Voir par exemple la liste proposée par la Délégation académique au numérique éducatif (Dane) d'Aix-Marseille, « Panorama des outils numériques au service des apprentissages » : https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/jcms/c_10637631/fr/panorama-des-outilsnumeriques-au-service-des-apprentissages

⁵⁷ — http://www.fi.uu.nl/publicaties/subsets/html5_en/

⁵⁸ — Calcul@tice propose aux élèves de CP (et au-delà), en travaillant seul ou par deux, de résoudre une série d'épreuves en lien avec le calcul mental. Cet outil propose en outre une possibilité de parcours adaptés en fonction des difficultés des élèves : <https://calculatice.ac-lille.fr/spip.php?rubrique1>

⁵⁹ — Conçu par l'unité Inserm-CEA de neuro-imagerie cognitive : <http://www.attrape-nombres.com/an/home.php>

⁶⁰ — <http://www.lacourseauxnombres.com/nr/home.php>

⁶¹ — <https://eduscol.education.fr/cid118880/partenariat-d-innovation-et-ia.html>

Les équipes de cycle 2 veilleront à disposer d'un **matériel de numération de référence** permettant de travailler, sur l'ensemble du cycle, la numération écrite chiffrée (dans son aspect décimal et son aspect positionnel) et la numération orale. Ce matériel, vecteur d'images mentales, servira de support à la plupart des activités de numération et calcul proposées en classe. Au fil de l'année, il pourra être complété par d'autres matériels, dont le lien sera explicitement fait avec le concept qu'ils représentent, tout comme avec le matériel de référence.

Cubes emboîtables sécables

Le fait qu'ils soient emboîtables et sécables permet de constituer des groupements mais aussi de les défaire, ce qui est particulièrement intéressant pour favoriser la compréhension du sens des écritures en chiffres et des techniques de calcul.

- **Pour la numération écrite chiffrée et la numération orale** : l'utilisation de ce type de cubes, avec une même couleur, notamment au début de l'apprentissage, permet de conceptualiser une dizaine sous la forme d'un groupement de 10 unités (une barre de 10 cubes identiques en les emboîtant), mais aussi sous la forme de 10 unités isolées (avec l'éventuelle possibilité de casser une barre dizaine en 10 cubes).



Figure 38. Illustrations de 34 unités = 14 unités 2 dizaines = 3 dizaines 4 unités.

Comme le montrent les illustrations ci-dessus, une même collection peut être représentée de façon désorganisée, semi-organisée (une dizaine de cubes est néanmoins prête à être assemblée sur la photo 2) ou complètement organisée.

- **Pour le calcul** : en lien avec le contenu du chapitre 2, ce type de matériel peut être exploité pour comprendre la technique opératoire de l'addition posée en colonnes puisqu'il permet de matérialiser les groupements par 10 ; dans ce cas, il s'avère intéressant d'utiliser des collections de cubes de couleurs différentes, chacune représentant un des termes de la somme. Par exemple, pour calculer $27 + 18 = 45$:

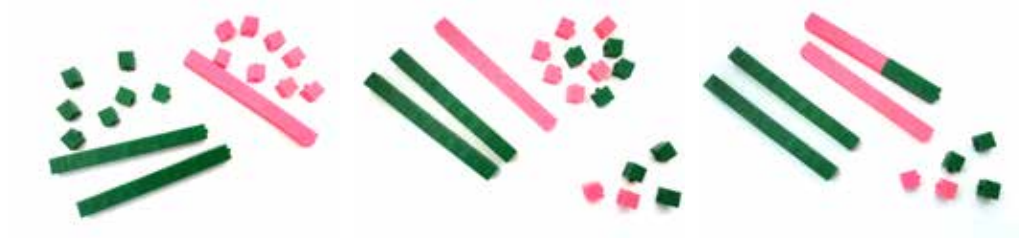


Figure 39. Illustration de $27 + 18 = 45$.

Par la suite, après le CP, ce matériel se révélera aussi indispensable pour l'apprentissage d'une technique de soustraction.

- **Pour la résolution de problèmes arithmétiques** : de tels cubes peuvent aussi être utilisés pour construire le sens de l'addition et de la soustraction et pour amener à une schématisation des problèmes par un modèle en barres (cf. chapitre 3) ; le caractère sécable et emboîtable des cubes est ici fondamental.

La frise numérique

Disposée en ligne (lecture gauche/droite), elle est un des éléments incontournables à mettre en place dans la classe de CP afin d'observer les régularités de la suite orale ou écrite des nombres.

- **Pour travailler la numération orale** : une frise numérique affichée en ligne sur les murs de la classe peut faire apparaître la petite et la grande comptine (cf. paragraphe intitulé « Lire et écrire les nombres », chapitre 1, p. 37).

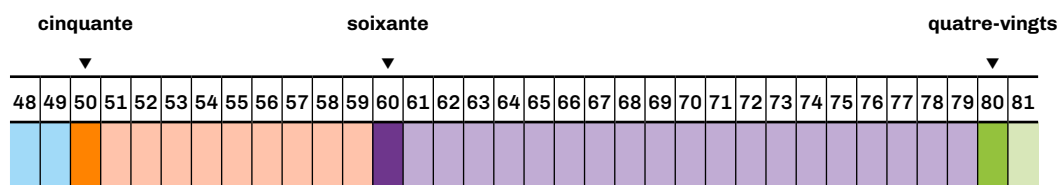


Figure 40. Exemple d'une frise numérique faisant apparaître petite et grande comptines.

Elle peut aussi servir de support pour construire ou valider certains résultats ; par exemple, le résultat de « huit plus quatre » peut se retrouver sur la frise en se plaçant sur la case « 8 » puis en se déplaçant de 4 cases vers la droite. Toutefois, l'emploi de la frise numérique en calcul mental doit être pensé dans une progression adaptée pour ne pas encourager et entretenir des procédures de comptage.

La frise collective affichée sur les murs de la salle de classe peut être construite au fur et à mesure de la progression sur la numération orale (cf. chapitre 7). Ce support collectif peut être complété avec profit par un matériel individuel en taille réduite permettant à chaque élève de comprendre le fonctionnement d'une telle frise (code couleur, déplacement, utilisation pour donner le nom du nombre). En termes de différenciation, ce matériel peut aussi être mis à disposition d'élèves présentant des difficultés dans la numération orale.

- **Pour travailler la numération écrite chiffrée** : une deuxième frise peut être construite avec les élèves et affichée en classe afin de faire le lien entre l'écriture chiffrée, la quantité et l'organisation d'une collection en dizaines et unités ; il est aussi possible d'y ajouter des écritures en unités de numération comme dans la figure 41, page suivante (à condition qu'un travail spécifique sur les conversions ait été fait au préalable, par exemple : $47 = 4$ dizaines 7 unités = 3 dizaines 17 unités).

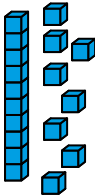
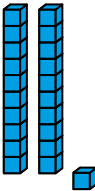
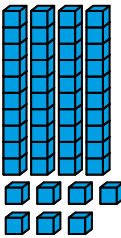
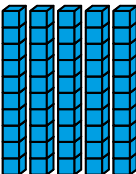
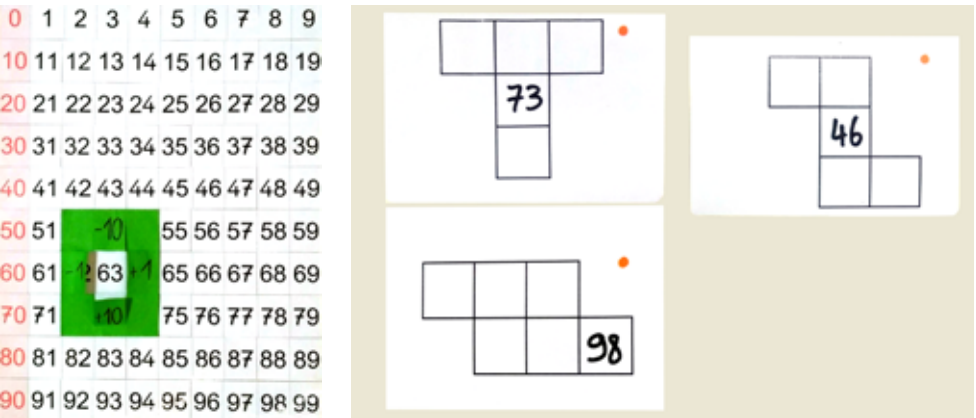
...	18	19	20	21	...	47	48	49	50	...
										
	18 u 1 d + 8 u 8 u + 1 d			21 u 2 d + 1 u 1 u + 2 d		47 u 4 d + 7 u 7 u + 4 d 17 u + 3 d			50 u 5 d	

Figure 41. Autre exemple de frise numérique, pour travailler la numération écrite chiffrée.

Tableau des nombres

Cet outil met en lumière les régularités du système de numération écrite chiffrée.



Figures 42 et 43. Exemples de tableaux des nombres.

Des jeux de portraits, des activités de tableau à compléter (quelques cases vides, certaines lignes, des extraits du tableau, etc.), des puzzles permettent également de travailler sur les écritures chiffrées.

Le tableau des nombres permet aussi d'utiliser l'itération de l'unité pour écrire le précédent ou le suivant d'un nombre. Il permet de travailler des tâches telles que : $56 + 10$; 34 et une dizaine ; $12 + 1$; $82 - 1$ (avec usage d'un curseur tel que sur la figure 42).

En classe, les échanges oraux risquent de s'effectuer avec le nom des nombres. Les activités telles que les devinettes de nombres cachés sous des cases masquées qui s'appuient sur le nom des nombres sont à proposer une fois que les deux systèmes de numération sont bien installés.

Matériels complémentaires pouvant être mis à disposition des élèves

Les exemples ci-dessous répertorient d'autres matériels fréquemment rencontrés dans les classes en complément de ceux présentés précédemment, en identifiant leur intérêt et leurs limites.

Complémentaires, mais moins indispensables que les matériels du paragraphe précédent, ils pourront être exploités par les professeurs notamment dans des phases de remédiation. De façon générale, d'autres matériels comme les réglettes © Cuisenaire, les cartes à points, les compteurs pourront venir enrichir les enseignements en classe de CP.

Leur utilisation n'a de sens que si elle est mise en place sur la durée et définie de façon précise au sein d'une progression de cycle. Ce n'est que dans ces conditions qu'ils peuvent être un appui complémentaire à la construction des concepts mathématiques abordés.

EXEMPLE 1. MATÉRIEL DE NUMÉRATION EN BASE 10/MULTIBASE

(CUBE UNITÉ, BARRE DIZAINÉ)



DESCRIPTION

Les proportions entre la barre dizaine et 10 cubes unités sont respectées, 10 cubes unités formant une dizaine.

À la différence des cubes emboîtables et sécables, ce matériel ne permet pas d'assembler dix cubes épars en un même objet (une barre « dizaine ») ni de « casser » une dizaine en dix cubes. Cependant ce matériel permet de faire des échanges.

INTÉRÊT ET/OU LIMITES

Une des dérives observées dans l'utilisation du matériel multibase consiste à limiter l'activité à un nombre d'unités et de dizaines inférieure à 10.

PROGRESSION

Pour éviter l'écueil cité ci-dessus, il conviendra de proposer régulièrement aux élèves des collections où le nombre d'unités sera supérieur à 10 afin d'occasionner des groupements, comme le montre l'exemple d'une collection semi-groupée (figure 44, p. suivante).



Figure 44. Collection de 5 dizaines et 13 unités.



Figure 45. Groupement et échange des unités pour obtenir 6 dizaines et 3 unités.

Lorsque les élèves ont compris la notion de dizaine, ce matériel peut être support aux mêmes types de tâches de numération et de calcul que les cubes sécables. Il ne doit cependant pas intervenir au début de l'apprentissage.

EXEMPLE 2. TABLEAU DE NUMÉRATION

dizaines	unités
d	u
	

DESCRIPTION

Il organise l'écriture en chiffres du nombre en répartissant un chiffre dans chacune des colonnes.

INTÉRÊT ET/OU LIMITES

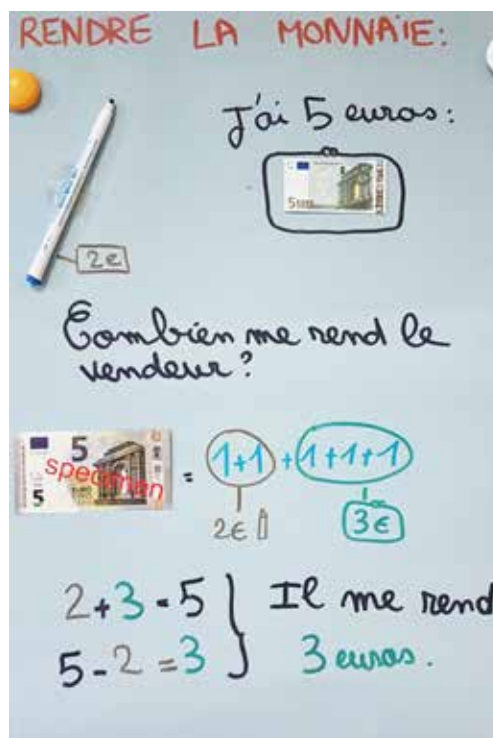
Le passage à l'unité de rang supérieur est pris en charge par le passage d'une case à la suivante. L'inconvénient majeur de cet outil est qu'il ne permet pas d'aborder l'aspect décimal de la numération écrite chiffrée et qu'il enferme le nombre dans des cases sans lui donner du sens.

Il prend du sens pour les additions posées : lorsque l'on dépasse 10 unités, on ajoute une dizaine dans la colonne de gauche.

PROGRESSION

Il est clairement recommandé de ne pas introduire trop précocement le tableau de numération, voire de s'en passer en CP. En effet, trop souvent, les activités de classe conduisent à le remplir de façon mécanique sans qu'aucun sens ne soit donné aux chiffres composant l'écriture du nombre. Ce tableau est destiné à être enrichi au fil des apprentissages du cycle 2 par des colonnes à gauche de celle des centaines puis au cycle 3 à droite de celle des unités pour le fractionnement de l'unité en dixièmes, centièmes, millièmes. Une analogie avec les différents tableaux de conversion rencontrés par les élèves dans leur scolarité pourra être effectuée au-delà du cycle 2.

EXEMPLE 3. LA MONNAIE



DESCRIPTION

Elle peut s'utiliser après la construction de la numération. Elle permet de faire fonctionner le nombre dans un contexte particulier et familier aux élèves.

Elle exploite la numération écrite chiffrée dans un contexte plus complexe puisqu'à la fois il y a des billets et des pièces qui ne sont pas que dans 1, 10, 100.

INTÉRÊT ET/OU LIMITES

Limitée pour l'apprentissage de la numération écrite chiffrée, elle prend en charge la valeur et les échanges se font avec plusieurs groupements.

Ce matériel n'est pas un outil « transparent physiquement » : un billet de dix n'est pas l'assemblage physique de dix pièces de un.

Elle trouve son principal intérêt dans la résolution de problèmes liés à des contextes de coût, d'achats, etc.

PROGRESSION

La monnaie présente l'avantage de proposer l'introduction d'un matériel numérique concret, signifiant d'un point de vue social, et pour lequel les éléments seront introduits en fonction du champ numérique travaillé. Par exemple, au CE1, on pourra retrouver les billets de 100 euros et les centimes d'euros.

En résumé

- L'utilisation de matériel doit être régulière et constante sur une longue période. Le matériel doit être le plus transparent possible, il ne doit pas ressembler à des objets de la vie courante et le lien qui le lie avec le concept qu'il représente doit être explicité par l'enseignant.
- Les cubes emboîtables sécables, la frise numérique ainsi que le tableau des nombres sont considérés comme des matériels incontournables devant être mis à la disposition de chaque élève pour qu'il les utilise de façon individuelle.
- D'autres matériels, comme des compteurs, du matériel multibase, de la monnaie ou encore des tableaux de numération peuvent aussi être proposés aux élèves, en complément des matériels cités précédemment.